

Méthode :

✓ Si il y a un produit : Un produit de facteurs est nul ssi au moins l'un des facteurs est nul. On sépare l'équation en deux équations.

✓ **Isoler** et **regrouper** dans un membre les expressions faisant intervenir la fonction exp en une seule exponentielle. Pour cela on peut utiliser la formule :

$$e^a \times e^b = e^{a+b}$$

Ou **isoler** une seule exponentielle dans chaque membre.

✓ Simplifier les deux membres en appliquant la fonction \ln a chaque membre. **Attention** : si l'un des membre est négatif, il n'y a pas de solution.

✓ Résoudre l'équation ou inéquation obtenue (exp n'intervient plus).

Exemple 1 :

Résoudre les équations suivantes :

1. $e^x - 4 = 0$
2. $e^x + 7 = 0$
3. $(e^x + 3)(e^{2x} - 1) = 0$
4. $4e^{x+1} = 8$
5. $e^{(2x+1)} \times e^5 = 3$

**Résolution :**

1. $e^x - 4 = 0 \Leftrightarrow e^x = 4 \Leftrightarrow \ln(e^x) = \ln(4) \Leftrightarrow x = \ln(4)$
2. $e^x + 7 = 0 \Leftrightarrow e^x = -7$ Impossible car la fonction exponentielle est strictement positive.
3. $(e^x + 3)(e^{2x} - 1) = 0$
 Un produit de facteurs est nul ssi au moins l'un des facteurs est nul : $\Leftrightarrow (e^x + 3) = 0$ ou $e^{2x} - 1 = 0$
 $\Leftrightarrow e^x = -3$ ou $e^{(2x)} = 1$
 $\Leftrightarrow x = -3$ Impossible car la fonction exponentielle est strictement positive
 ou $\ln(e^{(2x)}) = \ln(1) \Leftrightarrow 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$
4. $4e^{x+1} = 8 \Leftrightarrow e^{(x+1)} = \frac{8}{4} \Leftrightarrow e^{(x+1)} = 2 \Leftrightarrow \ln(e^{(x+1)}) = \ln(2) \Leftrightarrow x+1 = \ln(2) \Leftrightarrow x = \ln(2) - 1$
5. $e^{(2x+1)} \times e^5 = 3 \Leftrightarrow e^{((2x+1)+5)} = 3 \Leftrightarrow e^{(2x+6)} = 3 \Leftrightarrow \ln(e^{(2x+6)}) = \ln(3)$

$$\Leftrightarrow 2x+6=\ln(3) \Leftrightarrow 2x=\ln(3)-6 \Leftrightarrow x=\frac{(\ln(3)-6)}{2}$$

Exemple 2 :

Résoudre les inéquations suivantes :

1. $2e^{x-3} \leq 1$

2. $e^{2x+1} \geq e^{-1}$

Résolution :

1. $2e^{x-3} \leq 1 \Leftrightarrow e^{(x-3)} \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \ln(e^{(x-3)}) \leq \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow x-3 \leq \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow x \leq \ln\left(\frac{1}{2}\right)+3$

2. $e^{2x+1} \geq e^{-1} \Leftrightarrow \ln(e^{(2x+1)}) \geq \ln(e^{-1}) \Leftrightarrow 2x+1 \geq -1 \Leftrightarrow 2x \geq -1-1 \Leftrightarrow 2x \geq -2 \Leftrightarrow x \geq \frac{-2}{2} \Leftrightarrow x \geq -1$

