

Fiche résumé du cours 2 : première. Dérivation.

I. Les fonctions dérivées.

1°) Dérivées des fonctions usuelles :

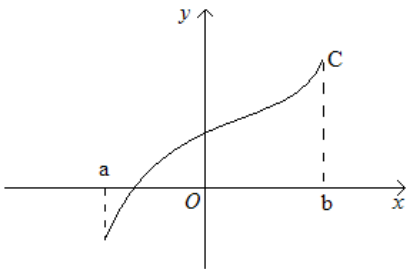
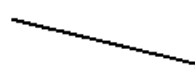
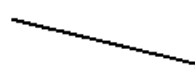
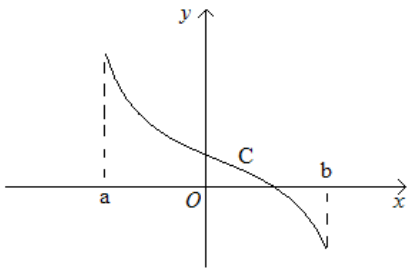
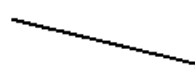
Fonction $f(x)$	Dérivée $f'(x)$
k (constante réelle)	0
x	1
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$x^n, n \in \mathbb{N}^*$	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$ (x non nul)	$-\frac{1}{x^2}$

2°) Règles de dérivation:

Soient u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle $[a; b]$, dont les dérivées sont u' et v' .

Opération	Dérivée	Exemple
Somme : $u + v$	$u' + v'$	$f(x) = x^2 + 3 \quad f'(x) = 2x + 0 = 2x$
Produit par un réel : ku	ku'	$f(x) = 4x^3 \quad f'(x) = 4 \times 3x^2 = 12x^2$
Quotient : $\frac{u}{v}$ (v ne s'annulant pas sur $[a; b]$)	$\frac{u'v - uv'}{v^2}$	$f(x) = \frac{2x+1}{3x-5} \quad \text{sur } [10; 20]$ $u = 2x + 1 \quad u' = 2$ $v = 3x - 5 \quad v' = 3$ $f'(x) = \frac{2 \times (3x - 5) - (2x + 1) \times 3}{(3x - 5)^2} = \frac{6x - 10 - 6x - 3}{(3x - 5)^2} = \frac{-13}{(3x - 5)^2}$

II. Propriétés des fonctions dérivées.

Signe de la dérivée f'	Comportement de la fonction f	Tableaux conjoints	Allure de C_f									
$f'(x) > 0$	f est croissante	<table><tr><td>x</td><td>a</td><td>b</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td colspan="2">+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td colspan="2"></td></tr></table>	x	a	b	$f'(x)$	+		$f(x)$			
x	a	b										
$f'(x)$	+											
$f(x)$												
$f'(x) < 0$	f est décroissante	<table><tr><td>x</td><td>a</td><td>b</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td colspan="2">-</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td colspan="2"></td></tr></table>	x	a	b	$f'(x)$	-		$f(x)$			
x	a	b										
$f'(x)$	-											
$f(x)$												

Exemple :

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 6x + 1$. On souhaite étudier le sens de variation de f .

- On calcule sa fonction dérivée : $f'(x) = 2x - 6$
- On étudie son signe de f' : f' est négative sur $]-\infty; 3]$ et positive sur $[3; +\infty[$.
- On conclue : f est décroissante sur $]-\infty; 3]$ et croissante sur $[3; +\infty[$.

III. Equation de la tangente.

La tangente à C au point d'abscisse x_0 a pour équation réduite : $y = f'(x_0) \times (x - x_0) + f(x_0)$

Exemple :

Soit $f(x) = -2x^2 + x + 2$ définie sur $\mathbb{R}$ et C sa courbe représentative.

Déterminer f' , en déduire l'équation réduite de la tangente à C , au point de la courbe d'abscisse $x = 0$.

- Cette tangente a pour équation $y = f'(0) \times (x - 0) + f(0)$
- On calcule $f'(x) = -4x + 1$
On en déduit $f'(0) = -4 \times 0 + 1 = 1$
- On calcule $f(0) = -2 \times 0^2 + 0 + 2 = 2$
- Donc la tangente a pour équation : $y = 1 \times (x - 0) + 2 \Leftrightarrow y = x + 2$

