Exercices corrigés – Révisions – Thème : Second degré

Exercice 1 :

$$D(x) = -\frac{1}{3}x^2 - 4x - 12$$

a =
b =
c =

1. Calculez le discriminant de D(x)
2. Déterminez les racines éventuelles de D(x).
3. Donnez le tableau de signes de D puis l'ensemble S des solutions de D(x) ≥ 0 .
4. Donnez l'allure de la courbe représentative de D.

   L'équation de C_D est ……………………………………………
   C_D est tournée vers le ………………………
   C_D coupe (Ox) ……………………………………………
   C_D coupe (Oy) ………………………

Exercice 2 :

Déterminer les solutions réelles des équations suivantes :

1)	$-x^2 + 6x - 10 = 0$	*2)*	$x^2 + 4x - 21 = 0$
3)	$9x^2 + 6x + 1 = 0$	*4)*	$3x^2 = 2x + 1$
5)	$5x^2 + 5x = -2$		

Exercice 3 :

Je possède un terrain rectangulaire de 20m de long et x m de large. J'achète une parcelle carrée de x m de côté, mitoyenne à mon terrain.

1. Exprimer l'aire totale du terrain en fonction de x.
2. L'aire totale de mon terrain étant de 525 m², déterminer la valeur de x en résolvant une équation du 2nd degré.

Exercice 4 :

1°) Factoriser le polynôme $P(x) = 5x^3 - 10x^2 + 5x$ à l'aide d'un facteur commun.

2°) Résoudre l'équation $x^2 - 2x + 1 = 0$

3°) Résoudre l'équation $P(x) = 0$, en vous aidant des questions précédentes.

Exercice 5 :

Résoudre l'inéquation ci-dessous algébriquement. Puis vérifier graphiquement à l'aide de votre calculatrice graphique.

$x^2 - 2x + 7 \geq 3x^2 - 7x + 9$

Exercice 6 : Résoudre cette inéquation algébriquement $-x^2 + 5x - 3 < x^2 + 2x - 2$

Exercice 7 :

1°) Factoriser le polynôme $P(x) = -6x^3 + 10x^2 + 4x$ à l'aide d'un facteur commun.

2°) Résoudre l'équation $-3x^2 + 5x + 2 = 0$

3°) Résoudre l'équation $P(x) = 0$, en vous aidant des questions précédentes.

Exercice 8 : Etudier le signe du trinôme $x^2 - 6x + 5$ sur *IR*.

Exercice 9 :

Etudier le signe du polynôme $-2x^2 + 3x - 1$.

Exercice 10 :

Résoudre l'équation $-3x^2 + 5x + 2 = 0$

Exercice 11 :

Étude du signe du polynôme $P(x) = x^2 - 6x + 5$

CORRECTION

Exercice 1 :

1. $a = \frac{-1}{3}$ $b = -4$ $c = -12$

$\Delta = (-4)^2 - 4 \times \left(\frac{-1}{3}\right) \times (-12) = 16 - 16 = 0$

2. $\Delta = 0$ donc le trinôme a une racine :

$x_0 = \frac{-(-4)}{2 \times \left(\frac{-1}{3}\right)} = -6$

3. Tableau de signes :

x	$-\infty$	-6	$+\infty$
$D(x)$ $a = \frac{-1}{3} < 0$	-	0	-

4. L'équation de C_D est $y = -\frac{1}{3}x^2 - 4x - 12$, c'est une parabole.

C_D est tournée vers le bas.

C_D coupe (Ox) en -6.

C_D coupe (Oy) en -12.

Exercice 2 :

1) $a = -1$ $b = 6$ $c = -10$

$\Delta = 6^2 - 4 \times (-1) \times (-10) = 36 - 40 = -4$

$\Delta < 0$ donc il n'y a pas de solution.

2) $a = 1$ $b = 4$ $c = -21$

$\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times (-21) = 16 + 84 = 100$

$\Delta > 0$ donc il y a deux solutions :

$x_1 = \frac{-4 - \sqrt{100}}{2 \times 1}$ $x_2 = \frac{-4 + \sqrt{100}}{2 \times 1}$

$= \frac{-4 - 10}{2}$ $= \frac{-4 + 10}{2}$

$= \frac{-14}{2}$ $= \frac{6}{2}$

$= -7$ $= 3$

3) $a = 9$ $b = 6$ $c = 1$

$\Delta = 6^2 - 4 \times 9 \times 1 = 36 - 36$

$\Delta = 0$ donc il y a une solution :

$x_0 = \dfrac{-6}{2\times 9}$

$= \dfrac{-6}{18}$

$= \dfrac{-1}{3}$

4) *3x² = 2x + 1* ⇔ *3x² - 2x – 1 = 0*

$a = 3 \quad b = -2 \quad c = -1$

$\Delta = (-2)^2 - 4\times 3\times(-1) = 4 + 12 = 16$

$\Delta > 0$ donc il y a deux solutions :

$x_1 = \dfrac{-(-2)-\sqrt{16}}{2\times 3}$ $\quad x_2 = \dfrac{-(-2)+\sqrt{16}}{2\times 3}$

$= \dfrac{2-4}{6}$ $\quad = \dfrac{2+4}{6}$

$= \dfrac{-2}{6}$ $\quad = \dfrac{6}{6}$

$= -\dfrac{1}{3}$ $\quad = 1$

5) *5x² + 5x = -2* ⇔ *5x² + 5x +2=0*

$a = 5 \quad b = 5 \quad c = 2$

$\Delta = 5^2 - 4\times 5\times 2 = 25 - 40 = -15$

$\Delta < 0$ donc il n'y a pas de solution.

Exercice 3 :

1. $A_{rectangle} = longueur \times largeur \quad A_{carre} = cote \times cote$

Donc $A = 20x + x^2$

2. $A = 20x + x^2$ et $A = 525$ donc $20x + x^2 = 525 \Leftrightarrow 20x + x^2 - 525 = 0 \Leftrightarrow$

$a = 1 \quad b = 20 \quad c = -525$

$\Delta = 20^2 - 4\times 1\times(-525) = 400 + 2100 = 2500$

$\Delta > 0$ donc il y a deux solutions :

$x_1 = \dfrac{-20-\sqrt{2500}}{2\times 1}$ $\quad x_2 = \dfrac{-20+\sqrt{2500}}{2\times 1}$

$= \dfrac{-20-50}{2}$ $\quad = \dfrac{-20+50}{2}$

$= \dfrac{-70}{2}$ $\quad = \dfrac{30}{2}$

$= -35$ $\quad = 15$

x étant une longueur, la solution est 15 m.

Exercice 4 :

1°) $P(x) = 5x(x^2 - 2x + 1)$

2°) $a = 1 \quad b = -2 \quad c = 1$

$\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 1$
$= 4 - 4$
$= 0$

$\Delta = 0$ donc il y a une racine :

$x_0 = \dfrac{-(-2)}{2 \times 1}$
$= \dfrac{2}{2}$
$= 1$

3°) $P(x) = 0 \Leftrightarrow 5x(x^2 - 2x + 1) = 0$

Un produit de facteurs est nul ssi au moins l'un des facteurs est nul :

$5x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{0}{5} = 0$ ou $x^2 - 2x + 1 = 0$

Donc les solutions sont 0 et 1.

Exercice 5 :

$x^2 - 2x + 7 \geq 3x^2 - 7x + 9 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 7 - 3x^2 + 7x - 9 \geq 0 \Leftrightarrow -2x^2 + 5x - 2 \geq 0$

$a = -2 \quad b = 5 \quad c = -2$
$\Delta = 5^2 - 4 \times (-2) \times (-2) = 25 - 16 = 9$
$\Delta > 0$ donc il y a deux solutions :

$x_1 = \dfrac{-5 - \sqrt{9}}{2 \times (-2)}$ $\quad x_2 = \dfrac{-5 + \sqrt{9}}{2 \times (-2)}$

$= \dfrac{-5 - 3}{-4}$ $\quad = \dfrac{-5 + 3}{-4}$

$= \dfrac{-8}{-4}$ $\quad = \dfrac{-2}{-4}$

$= 2$ $\quad = \dfrac{1}{2}$

x	$-\infty$	0.5		2	$+\infty$
Signe de $-2x^2 + 5x - 2$	-	0	+	0	-

$a=-2<0$					

Exercice 6 :

Résoudre l'inéquation $-x^2+5x-3<x^2+2x-2$

$\Leftrightarrow -x^2+5x-3-x^2-2x+2<0 \Leftrightarrow -2x^2+3x-1<0$

$\Delta=(3)^2-4\times(-2)\times(-1)=9-8=1$

$\Delta>0$ donc il y a deux racines :

$x_1=\dfrac{-3+\sqrt{1}}{2\times(-2)}=\dfrac{-3+1}{-4}=\dfrac{1}{2}$ et $x_2=\dfrac{-3-\sqrt{1}}{2\times(-2)}=\dfrac{-3-1}{-4}=1$

On en déduit le tableau de signes :

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$		1	$+\infty$
$-2x^2+3x-1$ $a=-2<0$	-	0	+	0	-

$-2x^2+3x-1<0 \Leftrightarrow \boxed{x\in\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[\cup\left]1;+\infty\right[}$

Exercice 7:

1°) Factoriser le polynôme $P(x)=-6x^3+10x^2+4x$:

$P(x)=-6x^3+10x^2+4x \Leftrightarrow P(x)=2x(-3x^2+5x+2)$

2°) Résoudre l'équation $-3x^2+5x+2=0$:

$\Delta=(5)^2-4\times(-3)\times2=25+24=49$

$\Delta>0$ donc il y a deux racines :

$x_1=\dfrac{-5+\sqrt{49}}{2\times(-3)}=\dfrac{-5+7}{-6}=-\dfrac{1}{3}$ et $x_2=\dfrac{-5-\sqrt{49}}{2\times(-3)}=\dfrac{-5-7}{-6}=2$ $\boxed{S=\left\{-\frac{1}{3};2\right\}}$

3°) Résoudre l'équation $P(x)=0$:

D'après 1°) $P(x)=0 \Leftrightarrow 2x(-3x^2+5x+2)=0$

Un produit de facteurs est nul ssi au moins l'un des facteurs est nul :

$2x(-3x^2+5x+2)=0 \Leftrightarrow 2x=0$ ou $-3x^2+5x+2=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $x=-\dfrac{1}{3}$ ou $x=2$ d'après 3°). $\boxed{S=\left\{-\frac{1}{3};0;2\right\}}$

Exercice 8 :

$\Delta=(-6)^2-4\times1\times5=36-20=16$

$\Delta>0$ donc il y a deux racines :

$x_1=\dfrac{-(-6)+\sqrt{16}}{2\times1}=\dfrac{6+4}{2}=5$ et $x_2=\dfrac{-(-6)-\sqrt{16}}{2\times1}=\dfrac{6-4}{2}=1$

On en déduit le tableau de signes :

x	$-\infty$	1		5	$+\infty$
x^2-6x+5 $a=1>0$	+	0	-	0	+

Exercice 9 :

$\Delta=(3)^2-4\times(-2)\times(-1)=9-8=1$

$\Delta>0$ donc il y a deux racines :

$x_1=\dfrac{-3+\sqrt{1}}{2\times(-2)}=\dfrac{-3+1}{-4}=\dfrac{1}{2}$ et $x_2=\dfrac{-3-\sqrt{1}}{2\times(-2)}=\dfrac{-3-1}{-4}=1$

On en déduit le tableau de signes :

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$		1	$+\infty$
$-2x^2+3x-1$ $a=-2<0$	-	0	+	0	-

Exercice 10 :

$\Delta=(5)^2-4\times(-3)\times2=25+24=49$

$\Delta>0$ donc il y a deux racines :

$x_1=\dfrac{-5+\sqrt{49}}{2\times(-3)}=\dfrac{-5+7}{-6}=-\dfrac{1}{3}$ et $x_2=\dfrac{-5-\sqrt{49}}{2\times(-3)}=\dfrac{-5-7}{-6}=2$

$\boxed{S=\left\{-\dfrac{1}{3};2\right\}}$

Exercice 11 :

$\Delta=(-6)^2-4\times1\times5=36-20=16$

$\Delta>0$ donc il y a deux racines :

$x_1=\dfrac{-(-6)+\sqrt{16}}{2\times1}=\dfrac{6+4}{2}=5$ et $x_2=\dfrac{-(-6)-\sqrt{16}}{2\times1}=\dfrac{6-4}{2}=1$

On en déduit le tableau de signes :

x	$-\infty$	1		5	$+\infty$
$P(x)$ $a=1>0$	+	0	-	0	+